חלק ג: תכן בקרים למערכות לא לינאריות

פרק 8. תכן לא-לינארי: מבוא

אנו עוברים עתה לחלקו השלישי של הקורס – תכן בקרי משוב עבור מערכות לא-לינאריות. כפי שלמדנו בבקרה לינארית, מטרת התכן הינה לענות על מספר דרישות וקריטריוני ביצועים לגבי מערכת הבקרה הכוללת. קריטריונים אלה כוללים:

א. יציבות
ב. עקיבה אחר אות הכניסה
ג. תגובה דינמית מהירה ומרוסנת
ד. עמידות בהפרעות חיצוניות וברעשים
ה. עמידות בשינויי פרמטרים ובאי-וודאות במודל המערכת
ו. מאמץ בקרה סביר

כאשר המערכת לינארית בעיקרה, הבקר שיתוכנן יהיה לרוב לינארי. בקר לא-לינארי יתוכנן כמענה לאי-לינאריות בולטת במודל המערכת. ניתן להבדיל (באופן גס) בין שני סוגים של תופעות לא-לינאריות:

א. תופעות פרזיטיות: כגון רוויה, חיכוך יבש, אזור מת. המענה לתופעות אילו בד״כ על ידי הכנסת תיקון בתכן לינארי נומינאלי הבא לתת מענה ספציפי לבעיה.
ב. אי לינאריות מהותית במודל המערכת: במקרה זה ייתכן צורך תכן לא-לינארי מלא. אנו נתמקד בעיקר במקרה זה.

גם כאשר המערכת המבוקרת אינה לינארית, עדיין ייתכן כי בקר לינארי ייתן ביצועים סבירים, ועקב פשטותו הוא אכן יועדף במרבית המקרים. דוגמאות בולטות הן חוגי בקרה תעשייתית, שם מרבית הבקרים הם מסוג PID. נציין מספר דרכים בהן ניתן להתאים בקר לינארי למערכת לא-לינארית.

א. תכן עבור מודל לינארי מקורב: זו הגישה הפשוטה (והפשטנית) ביותר. פה אנו מוצאים מודל לינארי מקורב עבור המערכת הלא-לינארית, ומתכננים עבורו בקר

לינארי בשיטות המוכרות. לקבלת המודל המקורב ניתן להיעזר בלינאריזיציה מקומית סביב נקודת עבודה אופיינית.

ב. תכן עבור משפחה של מודלים לינאריים: גישה זו מהווה שכלל של הקודמת. המודל המתקבל ע"י לינאריזציה מקומית תלוי בנקודת העבודה, ועשויים להיות הבדלים משמעותיים בין נקודות עבודה שונות. במקרה זה רצוי לתכנן בקר המספק ביצועים נדרשים לכל המודלים האפשריים. לצורך זה פותחו מספר גישות של תכן רובוסטי לינארי.

ג. מיתוג בקרים (Gain Scheduling): פה אנו מתכננים מספר בקרים, ממתגים ביניהם בהתאם לתנאי הפעולה של המערכת. גישה זו אפקטיבית במיוחד כאשר המערכת משתנה לאט באופן יחסי למהירות התגובה הדינמית שלה, וניתן לאבחן שינוי זה בקלות – הדוגמה המובהקת ביותר היא בקרת כלי טייס, שבהם קיים שינוי מהותי בדינמיקת המטוס בהתאם לתנאים האטמוספריים.
במקרה זה נחלק את מעטפת הפעולה של המערכת למספר אזורים, ונתכנן בקר לינארי עבור נקודת עבודה "מייצגת" בכל אזור. המיתוג בין הבקרים יתבצע בהתאם לאזור הפעולה הנמדד. קיימות שיטות מיוחדות על מנת להבטיח מיתוג "חלק" בין הבקרים, וכן שיטות לניתוח יציבות של המערכת הכוללת.

בכל מקרה יש לזכור כי מדובר בתכן מקורב, כך שבמערכות קריטיות יש ללוות את התכן בסימולציה נרחבת של המערכת עם המודל המקורי (הלא-לינארי).

כאשר הבקר הלינארי אינו נותן ביצועים מספקים, יש להיעזר בבקרים לא לינאריים ובשיטות תכן מתאימות של בקרה לא-לינארית. בקורס זה ניגע בשיטות התכן הבאות:

(1) לינאריזציה גלובלית
(2) בקרה קשיחה בגישת ליאפונוב.
(3) בקרה קשיחה בגישת Sliding Mode

ובהתאם לאילוצי הזמן, גם בשיטות הבאות

(4) Integral Backstepping
(5) Fuzzy Logic Control

[לסיום פרק המבוא - דוגמאות למגבלות גישת הלינאריזציה המקומית והתכן הלינארי: דוגמאות 20.11-20.15 מתוך ה- Control Handbook.

מבוא לתכן Gain Scheduling:

מקרה פרטי של מיתוג-בקרים הינו כאשר המערכת המבוקרת נתונה כמערכת לינארית התלויה בפרמטר:

$$\dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)u$$
$$y = C(\theta)x$$

כאשר θ פרמטר משתנה בזמן וניתן למדידה. θ עשוי להיות פרמטר חיצוני, או אף פונקציה של משתני המערכת.

לדוגמא: את המערכת הסקלרית $\dot{x} = -x + x^3$ ניתן לכתוב בצורה $\dot{x} = a(x)x$, כאשר $a(x) = -1 + x^2$. במקרה זה $\theta = x$.

במקרה זה נתכנן בקרים עבור מספר ערכים של θ, ונמתג ביניהם באופן רציף או בדיד.

לעיתים ניתן לתכנן בקר כפונקציה מפורשת של θ, ואז נשתמש בו באופן רציף: למשל, אם ניתן לחשב באופן מפורש משוב מצב $u = -K(\theta_0)x$ הנותן ביצועים טובים לכל θ_0 קבוע, נשתמש בבקר $u(t) = -K(\theta(t))x(t)$.

במקרה הכללי יותר, המערכת תהיה מהצורה:

$$\dot{x} = f(\theta, x, u)$$
$$y = h(\theta, x)$$

לכל ערך קבוע θ_0 של הפרמטר θ, המערכת המתקבלת עדיין לא לינארית. לצורך תכנון בקר מתאים, ניתן לבצע לינאריזציה של המערכת סביב נקודת עבודה מתאימה. נשים לב כי לכל פרמטר ניתן לבחור נש"מ שונה, מהצורה $(u_e(\theta), x_e(\theta))$, כאשר הערך $u_e(\theta)$ נבחר משיקולים ספציפיים לבעיה, ו-$x_e(\theta)$ מקיים את תנאי הש"מ: $f(\theta, u_e(\theta), x_e(\theta)) = 0$. ע"י לינאריזציה, נתכנן עתה בקר מתאים מסביב לנש"מ זו. צורתו, למשל: $\Delta u = -K(\theta)\Delta x$, כלומר

$$u = u_e(\theta) - K(\theta)[x - x_e(\theta)]$$

עתה נמצע מיתוג מתאים בין הבקרים שקיבלנו.