<u>הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל</u> | **סמסטר חורף תשס"ה**

<u>הפקולטה להנדסת חשמל</u> | **2005**

<u>תכן רשתות (046335)</u>

<u>בחינת מועד א'</u>

1. יש לכתוב את התשובות בכתב יד ברור ולהתחיל כל תשובה בדף נפרד (**תשובה שתיכתב בכתב לא ברור לא תיבדק !**).
2. יש להסביר כל תשובה. תשובה ללא הסבר **לא תזכה בנקודות**, אלא אם נאמר אחרת.
3. יש לענות על השאלות במחברת הבחינה, על שאלה מס' 1 סעיף א' יש לענות בדף העזר.
4. מותר כל חומר עזר.
5. יש לענות על כל שלושת השאלות.
6. משך הבחינה 3 שעות.

ב ה צ ל ח ה !!!

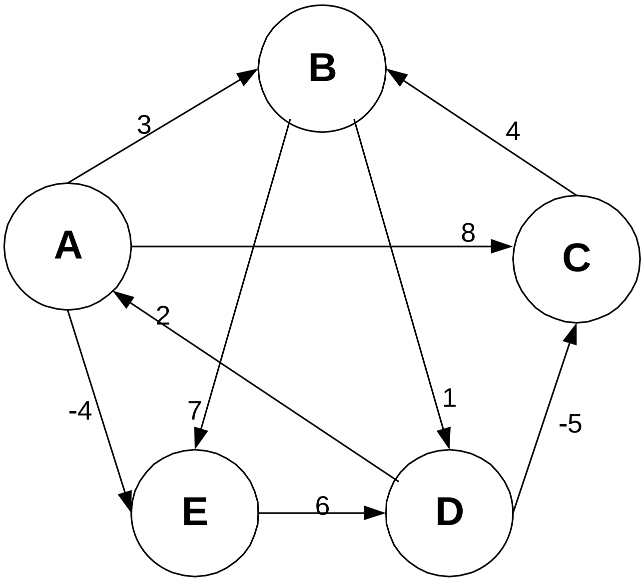
שאלה מס' 1 (33 נק')

על מנת לאפשר שימוש באלגוריתם Dijkstra בגרפים דלילים עם משקולות שליליים משתמשים באלגוריתם Johnson כמתואר:

- הגדרות:
  - $w(u,v)$ - משקל הקשת (u,v).
  - $w(p)$ - משקל המסלול $p=\langle v_0,v_1,...,v_k\rangle$.

1. בהינתן גרף מכוון $G=(V,E)$, ניצור גרף $G'=(V',E')$:
   a. $V'=V\cup\{s\}$, עבור צומת $s\notin V$.
   b. $E'=E\cup\{(s,v)\,|\,v\in V\}$.
   c. נרחיב את פונקצית המשקל: $w(s,v)=0$ לכל $v\in V$.
2. נריץ את אלגוריתם Bellman-Ford על G', נמצא את משקלי המסלולים מ- s ל- v (לכל $v\in V$) ונגדיר $h(u)$ - משקל המסלול הקצר ביותר מ- s ל- u.
3. נגדיר פונקצית משקל חדשה: $\hat{w}(u,v)=w(u,v)+h(u)-h(v)$.
4. נריץ את אלגוריתם Dijkstra עבור יעד מסוים על G עם המשקולות $\hat{w}$.

א. יש להריץ את האלגוריתם הנ"ל על הרשת הנתונה. יש לענות בדף המצורף.



ב. יהי p מסלול מצומת v_0 אל צומת v_k ($\langle v_0,v_1,...,v_k\rangle$).

יש לבטא את משקל המסלול $\hat{w}(p)$ בעזרת הפונקציות $w(),h()$.

ג. מהי המטרה בהוספת הצומת s אל V?

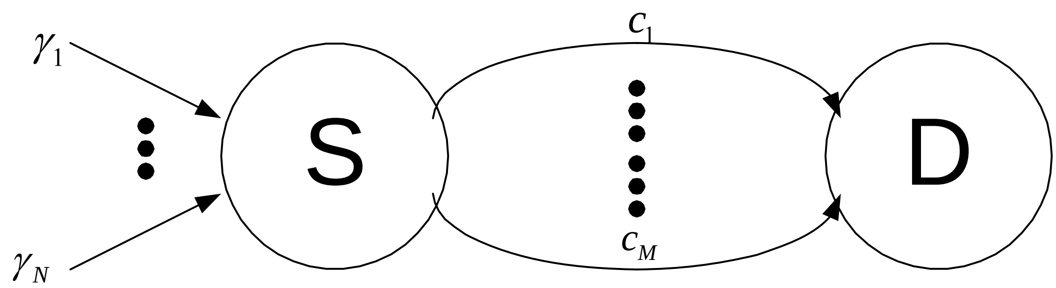
ד. בהינתן מעגל c, יש לבטא את משקלו החדש של המעגל $\hat{w}(c)$.

ה. האם ניתן להשתמש באלגוריתם Johnson בגרף G עם מעגלים שליליים? יש לנמק.

ו. נניח כי $w(u,v)\geq 0$ לכל $(u,v)\in E$. מהו הקשר בין פונקציות המשקל $w,\hat{w}$?

<u>שאלה מס׳ 2 (34 נק׳)</u>

נתונה הרשת הבאה:



ברשת שני צמתים, צומת מקור S וצומת יעד D. את הצמתים מחברים M קוים מקבילים, לכל קו i ($i=1,...,M$) קיבול $c_i > 0$. בנוסף נתון כי ישנן N שיחות, כל אחת בעלת זרימה γ_i, $i=1,...,N$ מצומת S אל צומת D. נתון כי $N \le M$.

נתון כי האורך הממוצע של חבילה בכל הזרימות $\frac{1}{\mu_i}=1$ והפילוג אקספוננציאלי.

וכן נתון: $\sum_{i=1}^{M} c_i = C$.

כל אחת מן השיחות יכולה להתפצל על כל אחד מהקוים והזרימות על הקוים הן $(f_1,..., f_M)$.

א. נתון וקטור זרימות אופטימאלי $\overline{f} = (f_1, f_2,..., f_M)$ עבור השיחות הנתונות (γ_i), כך ש- $f_i \ge 0$ וגם $\sum_{i=1}^{M} f_i = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i$. כעת מעוניינים להוסיף תקציב קיבול נוסף C_e. מה תהיה החלוקה האופטימאלית של C_e בין הקוים, כך שההשהיה הממוצעת החדשה תהיה מינימלית על חלוקת הזרימות המקורית $\overline{f}$.

כעת מעוניינים לנתב את השיחות γ_i $(i=1,...,N)$ תחת התנאים הבאים:

- ברשת הקיבולים המקוריים $c_1,...,c_M$.
- לא ניתן לפצל את השיחות.
- ניתן להזרים שיחה אחת לכל היותר על כל קו, כלומר לא ניתן ״לאחד״ שיחות.

ב. מעוניינים למצוא את הניתוב האופטימלי לפי מינימום של פונקציית ההשהיה הממוצעת ברשת, T, תחת התנאים הנתונים.

יש לציין מהם התנאים על c_i לקיום הניתוב. יש לאפיין את הזרימה (γ_i) המתקבלת על כל קו.

ג. כעת נניח כי נתון הניתוב, כלומר עבור כל שיחה γ_j ($j=1,...,N$) ידוע על איזה קו היא מזרימה (יש להניח כי הניתוב פיזיבילי). ושוב מעוניינים להוסיף תקציב קיבול נוסף C_e. מה תהיה החלוקה האופטימאלית של C_e בין הקוים, כך שההשהיה הממוצעת החדשה תהיה מינימלית על חלוקת הזרימות המקורית.

שאלה מס' 3 (33 נק')

נתונה רשת בעלת קבוצת צמתים N וקבוצת קשתות A.

נתונה קבוצת שיחות P המתנהלות ברשת. לכל שיחה נתון ניתוב קבוע ברשת.

לכל קשת $a \in A$ נתון הקיבול C_a ופרמטר נוסף l_a.

נדרש לתכנן אלגוריתם לחלוקת קיבול הוגנת מסוג $Max - Min$, כך שבנוסף למציאת הוקטור הפיסיבילי $\bar{r} = \{r_p \mid p \in P\}$, צריך להתקיים: $F_a \le (C_a - l_a)$, לכל קשת $a \in A$.

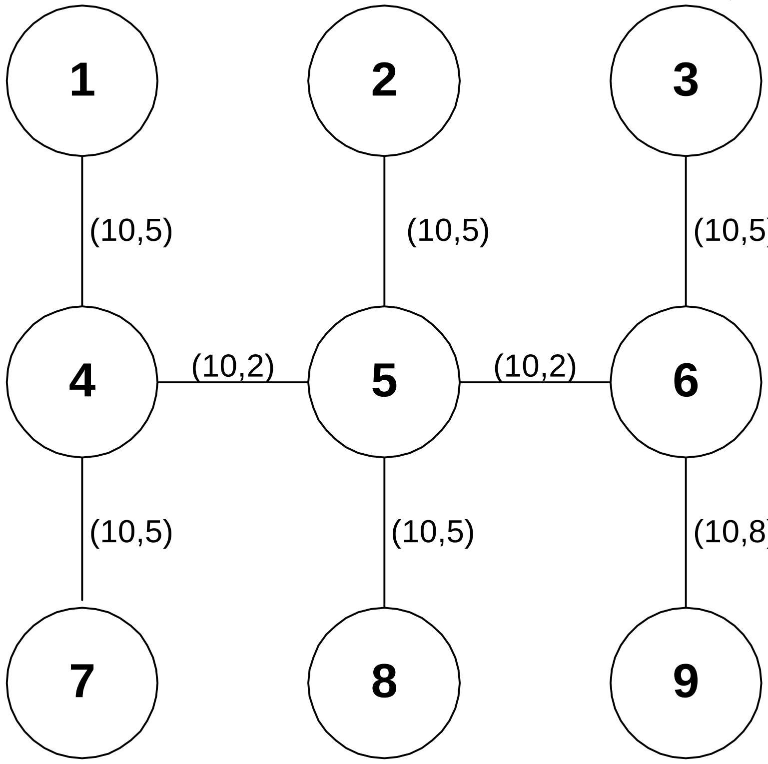
א. תכנן את האלגוריתם הנדרש.

ב. מהי התוצאה המתקבלת עבור: $\forall a \in A:\ l_a = 0$.

ג. נתונה הרשת הבאה והשיחות $9 \to 2, 8 \to 3, 7 \to 2, 8 \to 1$.

ליד כל קשת מפורטים $\left(c_a, l_a\right)$ (לכל הקשתות קיבול זהה השווה ל-10).

מהי ההקצאה המתקבלת:



יש להראות את כל שלבי האלגוריתם.