הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל   **סמסטר אביב תשס"ט**

הפקולטה להנדסת חשמל   **2009**

תכן רשתות (046335)

בחינת מועד א'

1. יש לכתוב את התשובות בכתב יד ברור ולהתחיל כל תשובה בדף נפרד (**תשובה שתיכתב בכתב לא ברור לא תיבדק !**).
2. יש להסביר כל תשובה. תשובה ללא הסבר **לא תזכה בנקודות**, אלא אם נאמר אחרת.
3. יש לענות על השאלות במחברת הבחינה.
4. מותר כל חומר עזר.
5. בבחינה 4 שאלות. יש לענות על כולן.
6. משך הבחינה 3 שעות.

ב ה צ ל ח ה !!!

<u>שאלה מספר 1 (25 נק')</u>

נתון גרף $G(N,A)$ קשיר בו כל הקשתות הן דו-כיווניות ומשקליהן חיוביים.

מעוניינים לחשב את המרחקים הקצרים ביותר בין כל זוג מקור-יעד ברשת, כאשר המרחק הוא סכום משקלי הקשתות במסלול. לצורך החישוב משתמשים באחת מהשיטות הבאות, לבחירתכם:

- אלגוריתם Bellman-Ford מבוצע N פעמים. כל הרצה עבור יעד מסוים ברשת.
- אלגוריתם Dijkstra מבוצע N פעמים. כל הרצה עבור יעד מסוים ברשת.
- אלגוריתם Floyd-Warshall מבוצע פעם אחת.

החישוב מתבצע בצורה הרכזית, כאשר הטופולוגיה ידועה וכן משקלי כל הקשתות ברשת. בנוסף, כל תוצאות הביניים של ריצת האלגוריתם הנבחר נשמרות.

א. יש לבחור אלגוריתם מהרשימה הנ"ל, כאשר ידוע מראש כי בזמן מסוים <u>לאחר</u> חישוב המסלולים הקצרים, צומת מסוים, שנסמנו k, יעזוב את הרשת.
הקריטריון לבחירת האלגוריתם הוא שלאחר עזיבת צומת k ידרשו מינימום פעולות חישוב על מנת לעדכן את המרחקים הקצרים ביותר בין כל זוג מקור-יעד.
יש לציין איזה אלגוריתם להריץ ומהן הפעולות שצריכות להתבצע לאחר עזיבת k.

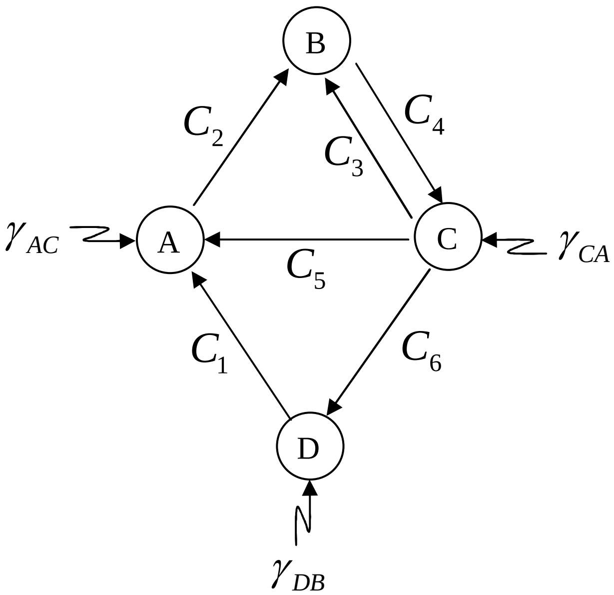
הסעיף הבא בלתי תלוי בקודם.

ב. יש לבחור אלגוריתם מהרשימה הנ"ל, כך שבסיומו ניתן יהיה להסיק מהו מספר הקשתות במסלול עם המרחק הקצר ביותר, עבור כל זוג מקור-יעד.
יש להסביר כיצד מבררים את מספר הקשתות במסלול מתוך <u>בחינה בלבד</u> של תוצאות הריצה.
כלומר, אין לבצע חישובים נוספים ואין לשנות את האלגוריתם המקורי.

הבהרה: במידה וקיימים מספר מסלולים בעלי אותו מרחק מינימלי אך עם מספר שונה של קשתות, יש להתייחס רק למסלול שבו מספר הקשתות הוא הנמוך ביותר.

<u>שאלה מספר 2 (25 נק׳)</u>

נתונה הרשת הבאה, בה נתון $\gamma_{AC}=1,\ \gamma_{DB}=2,\ \gamma_{CA}=3$:



ההשהיה הממוצעת ברשת נתונה ע״י $T=\frac{1}{\gamma}\sum_i \frac{f_i}{C_i-f_i}$, כאשר C_i, f_i הם הקיבול והזרימה בקשת i.

המטרה היא להביא למינימום את ההשהיה הממוצעת ברשת T.

א. בסעיף זה נתון כי אסור לפצל את הזרימות. יש למצוא את הניתוב האופטימלי, וכן את חלוקת הקיבולים האופטימלית תחת האילוץ $\sum_{i=1}^{6} C_i = 10$.

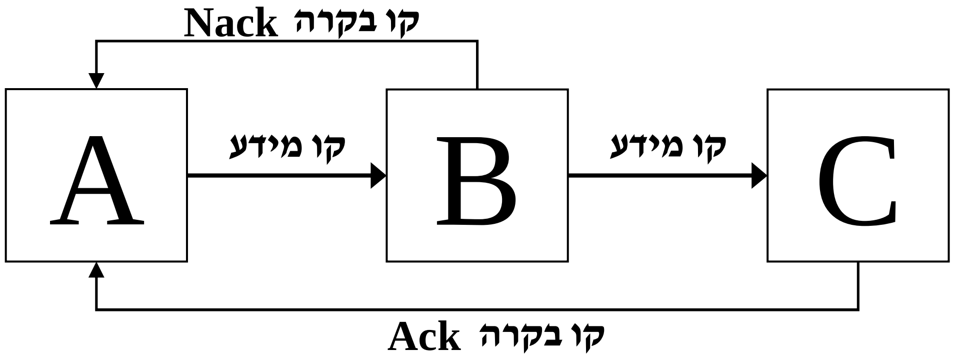
ב. בסעיף זה, וכן בסעיפים הבאים, **מותר לפצל את הזרימה**. נתון $C_1=4,\ C_5=3,\ C_6=2$ ובנוסף נתון האילוץ $C_2+C_3+C_4 \le 5$. יש למצוא את הניתוב האופטימלי ברשת, וכן את חלוקת הקיבולים האופטימלית בין C_2, C_3, C_4.

ג. נתון: $C_1=6,\ C_2=4,\ C_3=2,\ C_4=2,\ C_6=8$. מהו ערכו המינימלי של C_5 עבורו לא תהיה זרימה בקו (C,D) (קו מספר 6)?

ד. כעת נתון: $C_1=3,\ C_5=4,\ C_6=1$. שאר הנתונים זהים לסעיף ג׳. בסעיף זה ניתן לשנות את γ_{DB}. מהו ערכו המינימלי של γ_{DB} עבורו לא תהיה זרימה בקו (C,D) (קו מספר 6)?

שאלה מספר 3 (25 נק')

נתונה הסכימה הבאה:



המקור A שולח הודעות ליעד C, דרך צומת הביניים B, ומבצע בקרת חלון בגודל N.

ייצור ההודעות במקור מבוצע על פי התפלגות פואסונית λ.

מבנה ההודעה המיוצרת במחשב A: שכפול של סיבית בודדת l פעמים, כאשר l מפולג אקספוננציאלית עם פרמטר μ.

בהגיע ההודעה למחשב B הוא בודק את תקינות ההודעה. אם איננה תקינה הוא שולח הודעת Nack למחשב A, אשר משדר אותה מיידית פעם נוספת (תהליך ייצור ההודעה מחדש מתרחש באפס זמן).

במידה וההודעה תקינה מחשב B מגריל מספר חדש w, ומשדר את הסיבית w פעמים (בדומה למחשב A אך עם פרמטר שונה w). אורך ההודעה w גם הוא מפולג אקספוננציאלית, אך עם **אורך ממוצע כפול** מזה שבמחשב A.

מחשב C בודק את תקינות ההודעה אשר הגיעה ממחשב B. אם ההודעה תקינה הוא משדר ACK למחשב A. במידה וההודעה שגויה מחשב C שולח ההודעה למודול לתיקון שגיאות אשר מצליח לתקן את ההודעה בהצלחה מלאה. זמן תיקון השגיאה מפולג אקספוננציאלית עם פרמטר $\theta = \mu/4$. לאחר התיקון, מחשב C משדר ACK למחשב A.

קיבול קווי המידע בין המחשבים הינו $c = 1\ bits/\sec$.

קיימת הסתברות p לשגיאה בהודעה בכל אחד מקווי המידע (ללא תלות באורך ההודעה).

משלוח הודעות בקרה (Nack ו-Ack) מתבצע בזמן זניח. אין שגיאות בקווי הבקרה.

בדיקות התקינות במחשבים B,C מתבצעות בזמן זניח.

יש לענות על הסעיפים הבאים:

א. יש לשרטט דיאגרמת תורים סגורה מתאימה.

ב. יש לתת ביטוי ל- $P(\vec{n})$ הסתברויות המצבים של המערכת מבלי לפתור את $G(N)$.

ג. יש לקבוע את תנאי היציבות של המערכת.

ד. נתון: $p = 0,\ N = 2,\ \lambda = 2.5,\ \mu = 5$. יש לחשב את $G(N)$ ואת $P(\vec{n})$.

ה. כעת נתון: $p = 1/2,\ N = 2,\ \lambda = 5,\ \mu = 5$. יש לחשב את $G(N)$ ואת $P(\vec{n})$ עבור מקרה זה.

שאלה מספר 4 (25 נק׳)

שאלה זו עוסקת בהקצאת קצבים לשיחות לפי קריטריון הוגנות המוגדר להלן.

לצורך ההגדרה נשתמש בסימונים הבאים:

- N - מספר השיחות ברשת. השיחות ממוספרות באופן עוקב, החל משיחה 1 ועד שיחה N.
- $P=\{1,\dots,N\}$ - קבוצת השיחות ברשת.
- $A=\{a\}$ - קבוצת הקווים ברשת. לכל קו $a\in A$ יש קיבול C_a ידוע מראש.
- $\overline{r}=\{r_1,\dots,r_N\}$ - וקטור קצבי השיחות: לשיחה $1\le i\le N$, מוקצה קצב r_i.

וקטור הקצאת קצבי שיחות $\overline{r}$ יקרא Ordered-Max-Min-Fairness (או בקיצור OMM-Fair) אם ורק אם

- ההקצאה $\overline{r}$ פיסיבלית;
- מתקיים <u>יחס-הסדר</u> $r_i\le r_{i+1}$ עבור $1\le i<N$;
- לכל שיחה $p\in P$ מתקיים כי לא ניתן להגדיל את r_p ולהשאר פיסיבלי+Ordered מבלי להקטין שיחה p', שעבורה $r_{p'}\le r_p$.

דוגמה: נתבונן ברשת שבאיור I. ברשת זו הקצאת OMM-Fair היא $\overline{r}=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3},1\right)$.

לעומת זאת, כאשר ממספרים את השיחות מחדש בסדר הפוך, כלומר שיחה 5 הופכת לשיחה 1, שיחה 4 לשיחה 2 וכך הלאה, הקצאת OMM-Fair היא $\overline{r}=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$.

בסעיפים הבאים מוצעות שיטות שונות לחישוב הקצאת OMM-Fair.

א. ההקצאה r_N נקבעת לגבוהה ביותר האפשרית (מבחינת פיסיבליות+Order). תחת אילוץ זה, ההקצאה r_{N-1} נקבעת לגבוהה ביותר האפשרית (מאותה בחינה) וכך הלאה עד אשר ההקצאה r_1 נקבעת אחרונה.

יש לתאר **דוגמה נגדית** שבה ההקצאה המתקבלת אינה OMM-Fair.

ב. בשלב ראשון מחושב וקטור הקצאת שיחות Max-Min-Fairness שנסמנו $\overline{v}$.

בשלב שני מחשבים $r_p=\min(v_p,r_{p+1})$ for every $p<N$; $r_N=v_N$.

יש לתאר **דוגמה נגדית** שבה ההקצאה המתקבלת אינה OMM-Fair.

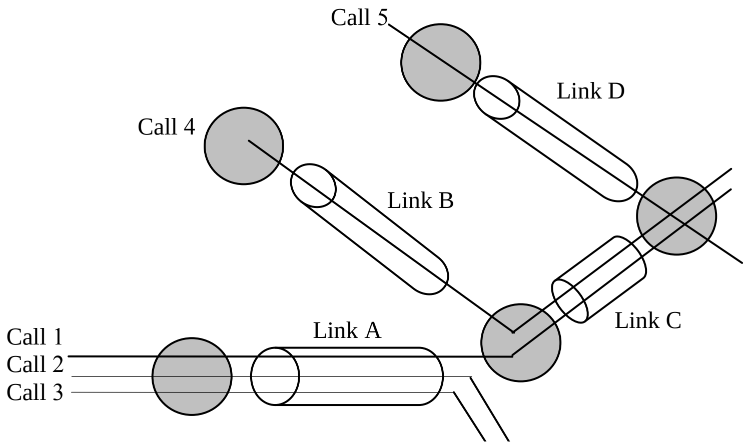
ג. באיור II מופיע האלגוריתם שנלמד בכיתה לצורך חישוב וקטור Max-Min-Fair.

יש להציע שינוי <u>בשורה אחת בלבד</u> אשר יגרום להקצאה המתקבלת להיות OMM-Fair.

<u>אין צורך</u> להוכיח נכונות עבור רשת כללית, אולם נדרש להראות כי מתקבלת הקצאת OMM-Fair עבור הרשתות של סעיפים א-ב.

INIT: $\forall a\ \ F_a^0=0\ \ ,\ \ \forall p\ \ r_p^0\ \ ,\ \ P^1=P\ \ ,\ \ A^1=A$

1. $n_a^k = number\ of\ sessions\ \ p\in P^k$ crossing $link\ \ a$
2. $\tilde{r}^k=\min\limits_{a\in A^k}\left\{\dfrac{C_a-F_a^{k-1}}{n_a^k}\right\}$
3. $r_p^k=\begin{cases} r_p^{k-1}+\tilde{r}^k & for\ \ p\in P^k \\ r_p^{k-1} & otherwise\end{cases}$
4. $F_a^k=\sum\limits_{p\ crossing\ a} r_p^k$
5. $A^{k+1}=\left\{a\ \mid\ C_a-F_a^k>0\right\}$
6. $P^{k+1}=\left\{p\mid p\ \ cross\ only\ links\ a\in A^{k+1}\right\}$
7. $k=k+1$
8. $if\ \ P^{k+1}$ is empty then stop else go to 1.



איור I: רשת בה כל הקווים בעלי קיבול זהה $C=1$

איור II: אלגוריתם Max-Min-Fairness